TRIGONOMETRIE

ANGLES

SAVOIR FAIRE :

- *Conversion* des degrés en radians : $\times \dfrac{\pi}{180}$
- *Conversion* des radians en degrés : $\times \dfrac{180}{\pi}$
- *Trouver la mesure principale p de x* :
  - en degrés : $p \in]-180\ ;\ 180]$ et $p = x - k360$,

où k est l'entier le plus proche de $\dfrac{x}{360}$.

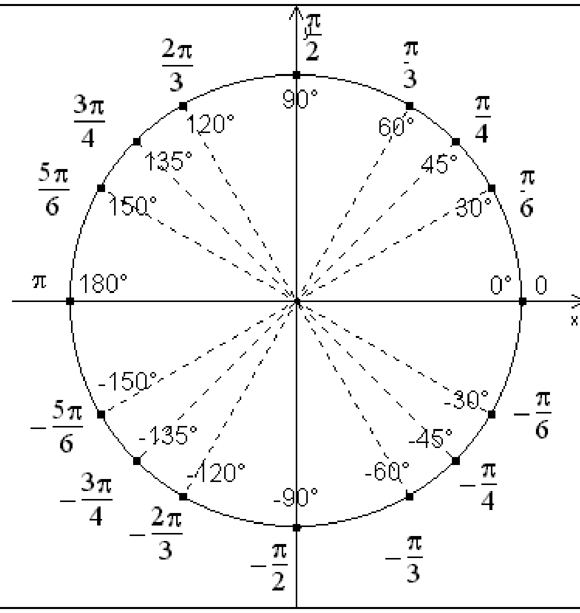
  - en radians : $p \in]-\pi\ ;\ \pi]$ et $p = x - k2\pi$,

où k est l'entier le plus proche de $\dfrac{x}{2\pi}$.

PERIODICITE : 2π

$\cos(x + 2\pi) = \cos x$

$\sin(x + 2\pi) = \sin x$



PREMIERES RELATIONS

$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

$-1 \le \cos x \le 1$

$-1 \le \sin x \le 1$

$\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$

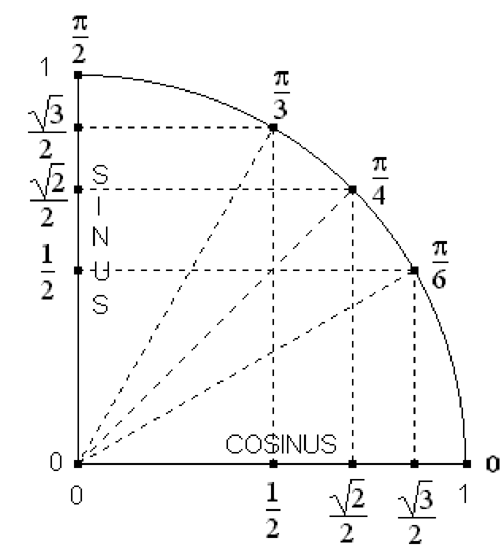
TRIANGLE RECTANGLE

$\cos x = \dfrac{\text{côté adjacent à x}}{\text{hypoténuse}}$

$\sin x = \dfrac{\text{côté opposé à x}}{\text{hypoténuse}}$

$\tan x = \dfrac{\text{côté opposé à x}}{\text{côté adjacent à x}}$

VALEURS TYPIQUES



ANGLES ASSOCIES

OPPOSES : X et –X

$\cos(-x) = \cos x$

$\sin(-x) = -\sin x$

SUPPLEMENTAIRES : X et π – X

$\cos(\pi - x) = -\cos x$

$\sin(\pi - x) = \sin x$

ANGLES DE DIFFERENCE π : X et X + π

$\cos(x + \pi) = -\cos x$

$\sin(x + \pi) = -\sin x$

ANGLES COMPLEMENTAIRES : X et π/2 – X

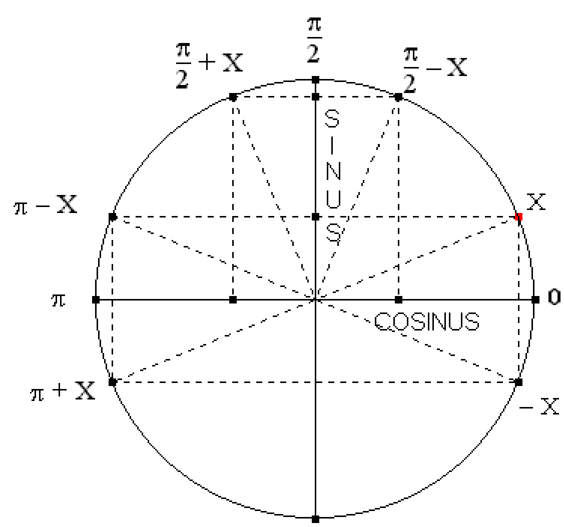
$\cos(\pi/2 - x) = \sin x$

$\sin(\pi/2 - x) = \cos x$

ANGLES DE DIFFERENCE π/2 : X et X + π/2

$\cos(x + \pi/2) = -\sin x$

$\sin(x + \pi/2) = \cos x$



FORMULAIRE DE TRIGONOMETRIE

ADDITION	**MULTIPLICATION PAR 2**
$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$	$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$
$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$	$\sin 2a = 2\sin a \cos a$
$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$	$\cos^2 a = \dfrac{1+\cos 2a}{2}$ et $\sin^2 a = \dfrac{1-\cos 2a}{2}$
$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$	

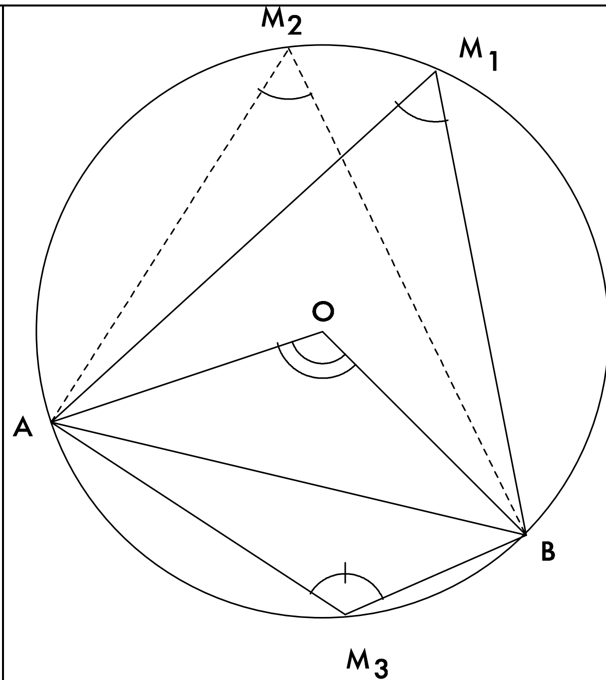
ANGLE INSCRIT

<u>Théorème de l'angle inscrit</u> (angles de vecteurs) : si A, B, M sont sur un cercle de centre O, on a : $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = 2(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB})$.
On dit que l'angle au centre est le double de l'angle inscrit.

<u>Conséquence pour les angles géométriques</u> :

- si M_1 et M_2 sont sur le même cercle de centre O, du même côté de (AB) que O alors : $\hat{M}_1 = \hat{M}_2 = \dfrac{1}{2}\hat{O}$
- si M_1 et M_3 sont sur le même cercle de centre O, de part et d'autre de (AB), alors : $\hat{M}_1 = \pi - \hat{M}_3$

On dit encore que deux angles inscrits qui interceptent la même corde sont égaux ou supplémentaires, et que le plus petit est la moitié de l'angle au centre.



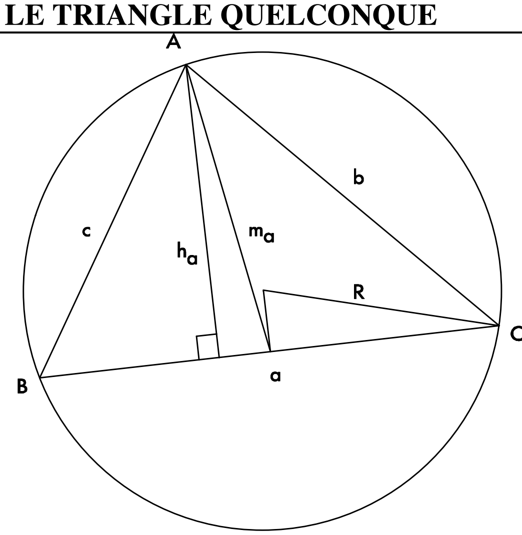
RELATIONS METRIQUES DANS LE TRIANGLE QUELCONQUE

Notations habituelles :
a = BC, b = AC, c = AB

Demi–périmètre : $p = \dfrac{a+b+c}{2}$

Médianes, hauteurs : m_a, m_b, m_c, h_a, h_b, h_c.
R : rayon du cercle circonscrit
r : rayon du cercle inscrit
S : aire du triangle

S = pr



RELATIONS D'AL KASHI	**LES FORMULES DE L'AIRE**
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$	$S = \dfrac{1}{2}ab\sin C = \dfrac{1}{2}ac\sin B = \dfrac{1}{2}bc\sin A = \dfrac{abc}{4R}$
LA REGLE DES 3 SINUS	**LE THEOREME DE LA MEDIANE**
$\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2R$	$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \dfrac{a^2}{2}$

EQUATIONS TRIGONOMETRIQUES	
cosx = cosa	**sinx = sina**
$\begin{cases} x = a + k2\pi \\ ou \\ x = -a + k2\pi \end{cases}$	$\begin{cases} x = a + k2\pi \\ ou \\ x = \pi - a + k2\pi \end{cases}$

LES FONCTIONS SINUS ET COSINUS

LA FONCTION SINUS

$D_{sin} = \mathbb{R}$

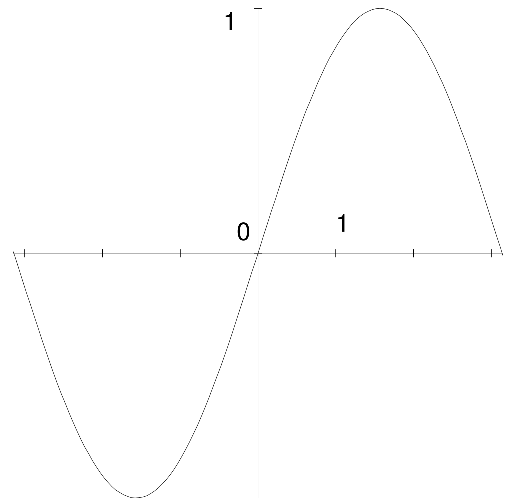
sinus est impaire: courbe symétrique par rapport à O.

sinus de période 2π : invariance de la courbe par translation de $2\pi\vec{i}$.

Etude sur [0 ;π].

Dérivée : (sinx)' = cosx

x	0		π/2		π
cosx		+	0	–	
sinx	0	↗	1	↘	0



LA FONCTION COSINUS

$D_{cos} = \mathbb{R}$

cosinus est paire : courbe symétrique par rapport à (Oy).

cosinus de période 2π : invariance de la courbe par translation de $2\pi\vec{i}$.

Etude sur [0 ;π].

Dérivée : (cosx)' = –sinx

x	0		π
–sinx		–	
cosx	1	↘	–1